Corrigé

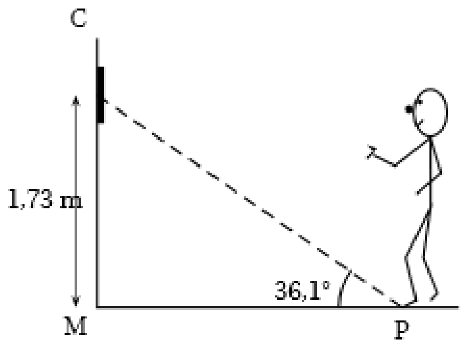
EXERCICE 1 : *(6 points)*

Un jeu de fléchettes consiste à lancer trois fléchettes sur une cible. La position des fléchettes sur la cible détermine le nombre de points obtenus.

La cible est installée de sorte que son centre se trouve à 1,73 m du sol. Les pieds du joueur ne doivent pas s'approcher à moins de 2,37 m du mur lorsqu'il lance les fléchettes. Pour vérifier cela, un dispositif électronique calcule automatiquement la distance du joueur au mur et sonne si la distance n'est pas réglementaire.

1. Un joueur s'apprête à lancer une fléchette.
   Le mur est perpendiculaire au sol.

   Est-ce que la sonnerie va se déclencher ?



Calculons la longueur MP dans le triangle MCP rectangle en M :

On a : $\tan \widehat{CPM} = \dfrac{CM}{MP}$ donc $\tan 36{,}1 = \dfrac{1{,}73}{MP}$ d'où avec un produit en croix $MP = \dfrac{1{,}73}{\tan 36{,}1}$ soit $MP \approx 2{,}372$ m.

Comme MP est supérieure à 2,37 m, **la sonnerie ne va pas se déclencher**.

On a relevé dans une feuille de tableur les points obtenus par Rémi et Nadia lors de sept parties de fléchettes. Le résultat de Nadia lors de la partie 6 a été masqué.

J3 f_x =MEDIANE(B3:H3)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Partie	1	2	3	4	5	6	7	Moyenne	Médiane
2	Rémi	40	35	85	67	28	74	28		
3	Nadia	12	62	7	100	81		30	51	62

2. Quelle formule faut-il écrire dans la cellule I2 pour obtenir le nombre moyen de points de Rémi ?
   Calculer cette valeur.

Dans la cellule I2, il faut écrire cette formule : « **= MOYENNE(B2 :H2)** ».

Cette moyenne est égale à : (40 + 35 + 85 + 67 + 28 + 74 + 28)/7 = 357/7 = **51**.

3. Sachant que Nadia a obtenu en moyenne 51 points par partie, calculer le nombre de points qu'elle a obtenu à la partie 6.

Si Nadia a une moyenne de 51 points par partie sur 7 parties, c'est qu'elle a obtenu un nombre total de points égal à $7 \times 51 = 357$.

Ainsi lors de la partie 6, elle a obtenu : 357 – (12 + 62 + 7 + 100 + 81 + 30) = 357 – 292 = **65 points**.

4. Quel est le nombre médian de points de Rémi ?

Il faut ordonner la série : 28 – 28 – 35 – 40 – 67 – 74 – 85, elle contient 7 valeurs donc la médiane est la 4$^{\text{ème}}$.

Ainsi le nombre médian de points de Rémi est **40 points**.

EXERCICE 2 : *(3 points)*

1. Une ville de 48 000 habitants dépense 10 euros par mois et par habitant pour faire traiter les poubelles ménagères. Cette ville a prévu un budget de 6 000 000 € sur une année pour faire traiter les poubelles ? Pensez-vous que ce budget sera suffisant ? Justifier la réponse.

Calculons la dépense annuelle pour cette ville de 48 000 habitants :

1 habitant ↔ 10 € par mois

1 habitant ↔ $10 \times 12 = 120$ € par an

48 000 habitants ↔ $120 \times 48\,000 = 5\,760\,000$ € par an, donc le **budget prévu** de 6 000 000 € **est suffisant**.

2. En 2009, la France comptait 65 millions d'habitants qui ont produit 30 millions de tonnes de déchets. Est-il vrai que cette année-là, un habitant en France produisait un peu plus de 1 kg de déchet par jour ? Justifier la réponse.

Supposons qu'un habitant produit 1 kg de déchet par jour et calculons la production annuelle de déchets pour la France :

1 habitant ↔ 1 kg par jour

1 habitant ↔ $1 \times 365 = 365$ kg = 0,365 tonne par an car 1 tonne = 1 000 kg

65 millions d'habitants ↔ $0{,}365 \times 65 = 23{,}725$ millions de tonnes.

Il est donc vrai qu'en 2009, un habitant en France produisait un peu plus de 1 kg de déchet par jour.

On pouvait également calculer la masse annuelle de déchet en kg produite par un habitant :

30 millions de tonnes = 30 000 000 000 kg d'où :

$m = \dfrac{30\,000\,000\,000}{65\,000\,000} \approx 461{,}54$ kg par an et par habitant soit $\dfrac{461{,}54}{365} \approx$ **1,26 kg par jour et par habitant.**

EXERCICE 3 : *(5 points)*

Un sac contient 12 boules rouges, 5 boules noires et 3 boules jaunes. Chacune de ces boules a la même probabilité d'être tirée. On tire une boule au hasard et on regarde sa couleur.

1. Calculer la probabilité pour que cette boule soit rouge.

$P(\text{rouge}) = \dfrac{\text{nbre de boules rouges}}{\text{nbre total de boules}} = \dfrac{12}{12+5+3} = \dfrac{12}{20} = \mathbf{\dfrac{3}{5}}$ **= 0,6 = 60 %**

2. Calculer la probabilité pour que cette boule soit noire ou jaune.

$P(\text{noire ou jaune}) = P(\text{noire}) + P(\text{jaune}) = \dfrac{5}{20} + \dfrac{3}{20} = \dfrac{8}{20} = \mathbf{\dfrac{2}{5}}$ **= 0,4 = 40 %**

3. Calculer la somme des deux probabilités trouvées aux deux questions précédentes. Le résultat était-il prévisible ? Pourquoi ?

$P(\text{rouge}) + P(\text{noire ou jaune}) = \dfrac{3}{5} + \dfrac{2}{5} = \dfrac{5}{5} = \mathbf{1}$ c'est normal car cette expérience n'a que trois issues et en **additionnant les probabilités de chacune des issues d'une expérience, on trouve toujours 1**.

4. On ajoute dans ce sac des boules bleues. Le sac contient alors 12 boules rouges, 5 boules noires, 3 boules jaunes et les boules bleues. On tire une boule au hasard et on regarde sa couleur.

a) La probabilité pour que la boule soit rouge va-t-elle augmenter ou diminuer ?

Il y a toujours le même nombre de boules rouges par contre le nombre total de boules augmente donc **la probabilité de tirer une boule rouge diminue**.

b) Sachant que la probabilité de tirer une boule bleue est égale à 1/6, déterminer le nombre de boules bleues.

Il faut faire des essais successifs :

Si 1 boule bleue : P(bleue) = $\frac{1}{21} \neq \frac{1}{6}$.

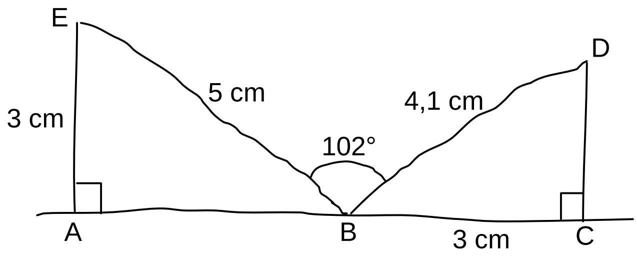
Si 2 boules bleues : P(bleue) = $\frac{2}{22} \neq \frac{1}{6}$.

Si 3 boules bleues : P(bleue) = $\frac{3}{23} \neq \frac{1}{6}$.

Si **<u>4 boules bleues</u>** : P(bleue) = $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$.

<u>EXERCICE 4 :</u> *(4 points)*

Le schéma ci-contre n'est pas à l'échelle.



1. Déterminer $\widehat{DBC}$.

Dans le triangle BCD rectangle en C, on a : $\cos \widehat{DBC} = \frac{CB}{BD}$ soit $\cos \widehat{DBC} = \frac{3}{4,1}$ donc $\widehat{DBC}$ = arccos $\frac{3}{4,1}$ **<u>≈ 42,97°</u>**.

2. Déterminer $\widehat{EBA}$.

Dans le triangle BAE rectangle en A, on a : $\sin \widehat{EBA} = \frac{EA}{BE}$ soit $\sin \widehat{EBA} = \frac{3}{5}$ donc $\widehat{EBA}$ = arcsin $\frac{3}{5}$ **<u>≈ 36,87°</u>**.

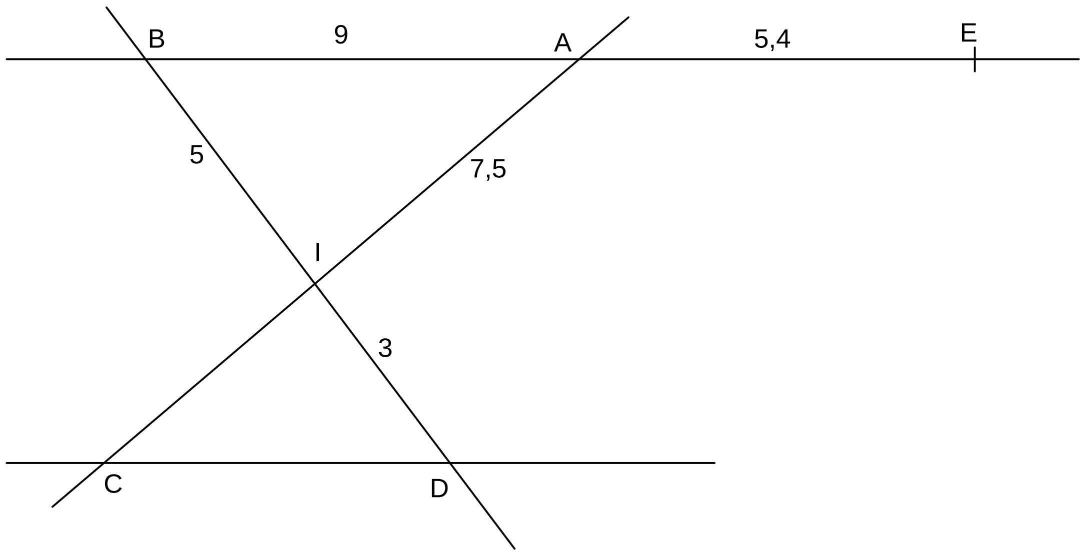
3. Les points A, B et C sont-ils alignés ?

Calculons $\widehat{ABC}$ en additionnant les trois angles : $\widehat{ABC} = \widehat{DBC} + 102 + \widehat{EBA}$ = 42,97 + 102 + 36,87 = 181,84°.

Comme $\widehat{ABC}$ n'est pas plat, **<u>les points A, B et C ne sont pas alignés</u>**.

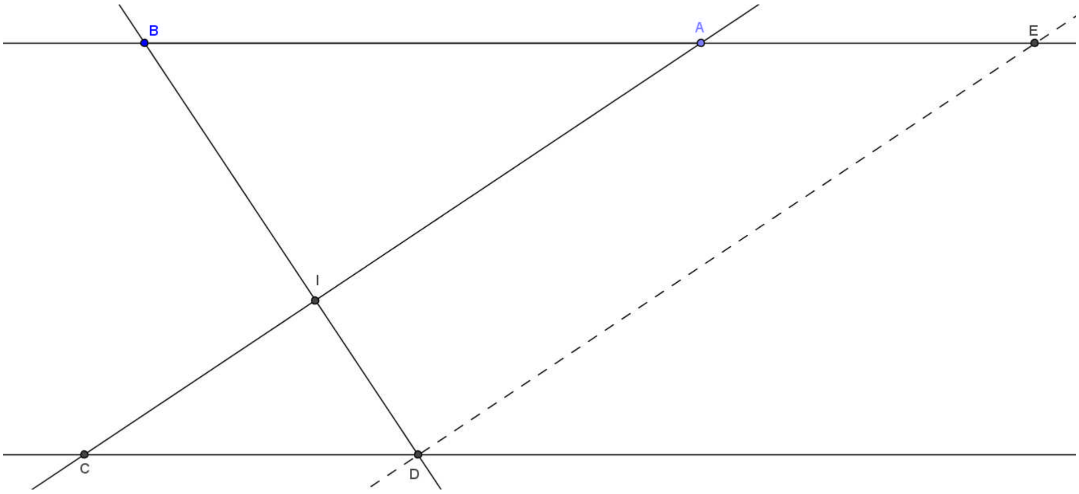
<u>EXERCICE 5 :</u> *(6 points)*

La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur. Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
On donne les dimensions suivantes en centimètres : IB = 5 ; AB = 9 ; ID = 3 ; AE = 5,4.



1. Construire cette figure en vraie grandeur.

Des traits de construction au compas sont indispensables pour construire précisément le triangle ABI.



2. Calculer CD.

Les points B,I,D sont alignés ainsi que les points A,I,C et les droites (AB) et (CD) sont parallèles donc on peut appliquer le théorème de Thalès :

$\frac{IC}{IA} = \frac{ID}{IB} = \frac{CD}{AB}$ soit $\frac{IC}{7{,}5} = \frac{3}{5} = \frac{CD}{9}$ donc **CD =** $\frac{3 \times 9}{5}$ **= 5,4 cm**.

3. Les droites (AI) et (ED) sont-elles parallèles ? Justifier.

Les points B,A,E sont alignés dans le même ordre que les points B,I,D.

Comparons $\frac{BI}{BD}$ et $\frac{BA}{BE}$: $\frac{BI}{BD} = \frac{5}{8} = 0{,}625$ et $\frac{BA}{BE} = \frac{9}{14{,}4} = 0{,}625$

On constate que $\frac{BI}{BD} = \frac{BA}{BE}$ donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, **les droites (AI) et (ED) sont parallèles**.

EXERCICE 6 : *(6 points)*

Voici un programme de calcul :

- *Choisir un nombre au départ.*
- *Multiplier ce nombre par 2.*
- *Ajouter 5.*
- *Multiplier le résultat obtenu par 5.*
- *Donner le résultat.*

1. Montrer que si on applique ce programme de calcul au nombre 2 on obtient 45.

$2 \rightarrow 2 \times 2 = 4 \rightarrow 4 + 5 = 9 \rightarrow 9 \times 5 =$ **45**

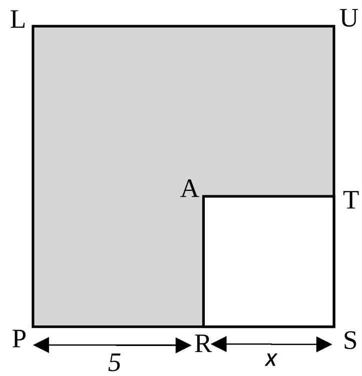
2. Que va-t-on obtenir avec le nombre 4 ? puis avec le nombre $\frac{3}{2}$?

$4 \rightarrow 4 \times 2 = 8 \rightarrow 8 + 5 = 13 \rightarrow 13 \times 5 =$ **65** et $\frac{3}{2} \rightarrow \frac{3}{2} \times 2 = 3 \rightarrow 3 + 5 = 8 \rightarrow 8 \times 5 =$ **40**

3. On appelle x le nombre de départ. Exprimer le résultat de ce programme de calcul en fonction de x. Donner une expression développée et réduite.

$x \rightarrow x \times 2 = 2x \rightarrow 2x + 5 \rightarrow (2x + 5) \times 5 =$ **$10x + 25$**

On donne la figure géométrique ci-contre : PLUS et STAR sont deux carrés. On sait que PR = 5 cm et on pose RS = x cm. On s'intéresse à l'aire de la partie grisée en cm².



4. Calculer l'aire de la partie grise lorsque $x = 2$ puis lorsque $x = 4$.

On peut calculer l'aire grise par soustraction entre l'aire du carré PLUS et l'aire du carré STAR :

Si $x = 2$, cela donne $7^2 - 2^2 = 49 - 4 =$ **45 cm².**

Si $x = 4$, cela donne $9^2 - 4^2 = 81 - 16 =$ **65 cm².**

5. Expliquer pourquoi l'aire de la partie grise peut s'écrire A = $(5 + x)^2 - x^2$.

Avec la **méthode de soustraction précédente**, on obtient tout de suite la relation : A = $(5 + x)^2 - x^2$.

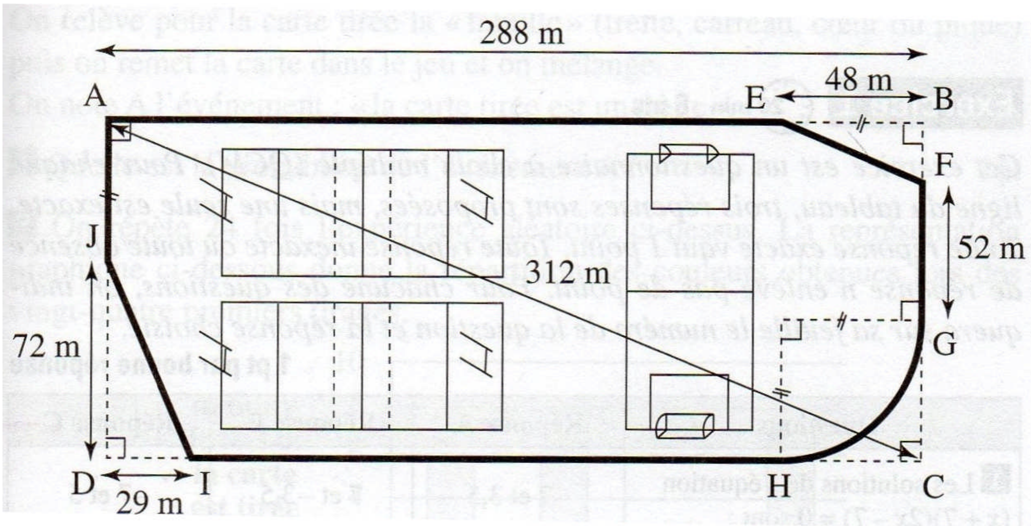
6. Développer et réduire cette expression et comparer au résultat obtenu dans la question 3. Pouvait-on s'y attendre ?

A = $(5 + x)^2 - x^2$, en utilisant la 1ère identité remarquable, on obtient : A = $25 + 10x + x^2 - x^2$, soit **A = 25 + 10x**.
On retrouve l'expression obtenue dans la question 3. ce qui n'est pas étonnant étant donné que lorsque l'on a remplacé x par 2 et par 4, on a retrouvé les valeurs obtenues dans les questions 1. et 2.

EXERCICE 7 : *(6 points)*

Dans cet exercice, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de recherche. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

- La ville Bonvivre possède une plaine de jeux bordée d'une piste cyclable.
- La piste cyclable a la forme d'un rectangle ABCD dont on a « enlevé trois des coins ».
- Le chemin de G à H est un arc de cercle ; les chemins de E à F et de I à J sont des segments.
- Les droites (EF) et (AC) sont parallèles.



Quelle est la longueur totale de la piste cyclable (en gras sur la figure). Justifier la réponse.

- AE = 288 – 48 = 240 m.
- AJ = 48 m d'après le codage.
- Pour calculer JI, on utilise le théorème de Pythagore dans le triangle IJD rectangle en D :
  $JI^2 = 72^2 + 29^2$ $JI^2 = 6\,025$ donc $JI = \sqrt{6\,025} \approx 77{,}62$ m.
- IH = 288 - (29 + 48) = 288 - 77 = 211 m.
- Le quart de cercle entre H et G mesure $\frac{1}{4} \times 2 \times \pi \times 48 = 24\,\pi \approx 75{,}40$ m.
- GF = 52 m
- Pour calculer EF, deux méthodes :
  le théorème de Pythagore en calculant d'abord BF qui est égale à 72 - 52 = 20 m puis $EF^2 = 48^2 + 20^2 = 2\,704$
  d'où $EF = \sqrt{2\,704} = 52$ m.
  ou le théorème de Thalès dans le triangle ABC : $\frac{BE}{BA} = \frac{EF}{AC}$ soit $\frac{48}{288} = \frac{EF}{312}$ d'où $EF = \frac{48 \times 312}{288} = 52$ m.

- Ainsi **la piste cyclable mesure environ** : 240 + 48 + 77,62 + 211 + 75,40 + 52 + 52 = **756,02 mètres**.