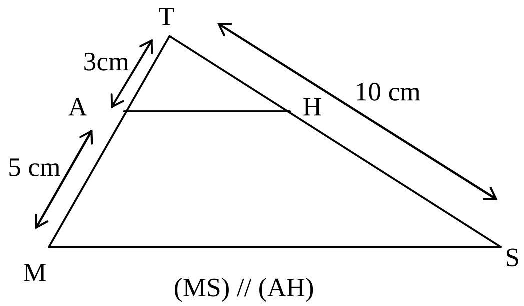
Corrigé du $2^{ème}$ devoir commun de mathématiques $4^{ème}$

EXERCICE 1 : *(4 points)*

- Affirmation 1 : Vraie: Un cube a six faces, une pyramide à base carrée 5 faces et un pavé droit 6 faces également soit 6+5+6 = 17 faces.

- Affirmation 2 : Faux : Si j'effectue à vélo un trajet de 39 km en 1h30min, c'est donc que j'ai effectué 39 km en 1,5h. (« Une heure et demi. ») En utilisant la formule V = d/t ; j'obtiens : V = 39/1,5 = 26 km/h.
  Toute autre méthode utilisant la proportionnalité (tableau…) est acceptée bien sûr.

Affirmation 3 : Faux. Comme les droites (AH) et (MS) sont parallèles les triangles TAH et TMS ont des longueurs proportionnelles. Puisque TM = 8 cm est plus petit que TS = 10cm, TA sera plus petit que TH.
On peut aussi calculer TH à l'aide du théorème de Thalès et vérifier que TH = 3,75 cm.



(MS) // (AH)

La figure n'est pas à l'échelle.

EXERCICE 2 : (7 points)

• Choisis un nombre ; • Ajoute 6 à ce nombre • Multiplie le résultat par –2 • Ajoute le quadruple du nombre choisi au départ.

a. Teste ce programme pour x = 2 ; x = 4 et x = – 3 choisis au départ.

Pour **x = 2** : → (**2** + 6) × (–2) + 4 × **2** = – 8
Pour **x = 4** : → (**4** + 6) × (–2) + 4 × **4** = – 4
Pour **x = –3** : → (**–3** + 6) × (–2) + 4 × **–3** = – 18

b. Si on note x le nombre de départ, écris une expression littéral qui traduit le programme de calcul : $(x + 6) \times(-2) + 4 \times x$

c. Montrer que cette expression peut s'écrire $2x - 12$.
On utilise la distributivité :
$(x + 6) \times(-2) + 4 \times x = -2x + (-2)\times 6 + 4x = -2x + 4x - 12 =$ $\underline{\mathbf{2x - 12}}$

2. On donne l'expression suivante : B = (x –6) (x + 2) – (x² –6x)
   a. Calcule B lorsque x = 2, puis lorsque x = 4. Que remarquez-vous ?
   Pour **x = 2** B = (**2**–6)×(**2**+2) –(**2**² – **2**×6) = –4×4 –(4–12) = –16+8 = –8
   Pour **x = 4** B = (**4**–6)×(**4**+2) –(**4**² – **4**×6) = –2×6 –(16–24) = –12+8 = –4
   On remarque que l'on obtient les mêmes résultats pour x = 2 et x = 4 que dans le programme de calcul.

   b. Développer et réduire l'expression B. Que vaut B lorsque x = – 3 ?

Pour développer B, on utilise deux règles : La double distributivité et la règle de suppression des parenthèses précédées d'un signe – :
$B = (x - 6)(x+2) - (x^2 - 6x)$
$B = \cancel{x^2} + 2x \cancel{-6x} - 12 \cancel{-x^2} \cancel{+6x}$

$B = 2x - 12$
On obtient la même expression que dans la question 1c. Pour $x = -3$ on va donc obtenir comme dans le programme de calcul : -18

EXERCICE 3

$A = (-5) \times (-2) + (-3) \times 4$

$A = 10 - 12$

$\underline{\mathbf{A = -2}}$

$B = \frac{1}{2} - \frac{5}{6}$

$B = \frac{3}{6} - \frac{5}{6}$

$B = -\frac{2}{6}$

$\underline{\mathbf{B = -\frac{1}{3}}}$

$C = \frac{4}{9} + \frac{25}{9} \times \frac{2}{10}$

$C = \frac{4}{9} + \frac{50}{90}$

$C = \frac{40}{90} + \frac{50}{90}$

$C = \frac{90}{90}$

$\underline{\mathbf{C = 1}}$

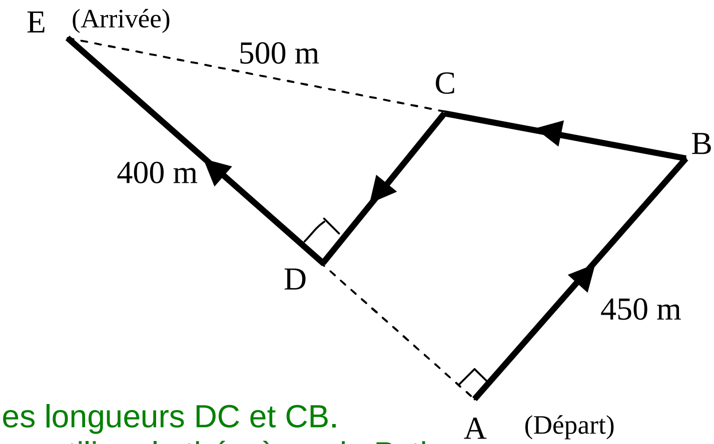
$D = \frac{3}{4} \div \frac{7}{2}$

$D = \frac{3}{4} \times \frac{2}{7}$

$D = \frac{6}{28}$

$\underline{\mathbf{D = \frac{3}{14}}}$

EXERCICE 4 : (4 points)



Des élèves participent à une course à pied. Avant l'épreuve, un plan leur a été remis.
Il est représenté par la figure ci-contre.
On convient que :

- Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
- EDC est un triangle rectangle en D.
- EBA est un triangle rectangle en A

Déterminer la longueur réelle du parcours ABCDE.

Pour déterminer la longueur du parcours, il manque les longueurs DC et CB.
Sur le plan, le triangle EDC est rectangle. Je peux donc utiliser le théorème de Pythagore :

$DC^2 = EC^2 - ED^2$

$DC^2 = 500^2 - 400^2$

$DC^2 = 90\,000$ donc $DC = \sqrt{90\,000} = 300$ m. La longueur DC mesure donc 300m.

Comme les droites (CD) et (AB) sont parallèles je peux utiliser le théorème de Thalès :

$\frac{ED}{EA} = \frac{EC}{EB} = \frac{CD}{AB}$ En remplaçant par les valeurs connues : $\frac{400}{EA} = \frac{500}{EB} = \frac{300}{450}$

Avec un produit en croix : $EB = 500 \times 450 : 300 = 750$ m.

On en déduit que $CB = 750 - 500 = 250$ m.

La longueur totale du parcours est donc : 400+300+250+450 = **1 400 m soit 1,4 km**.

EXERCICE 5

1. Quelle est la vitesse de la voiture au bout d'un kilomètre de ce deuxième tour ?

   Grâce aux pointillés verts, on lit une vitesse de **160 km/h** au 1er km du tour.

2. Où a-t-on enregistré la vitesse la plus basse au cours du deuxième tour ?

   Grâce aux pointillés bleus, on lit une vitesse minimale **au niveau de la borne 1,3 km.**

3. Que se passe-t-il pour la vitesse entre les bornes 2,3 km et 2,5 km ? Trouver une explication.

   La **vitesse diminue**. On peut supposer que la **voiture va aborder un virage**.

4. La vitesse moyenne de la voiture lors du premier tour était de 120km/h. En combien de temps a-t-elle effectué son premier tour ?

   On peut utiliser un tableau de proportionnalité :

Distance en km	120	3
Temps en min	60	? 1,5 ?

On peut aussi utiliser la formule $t = d \div v$:

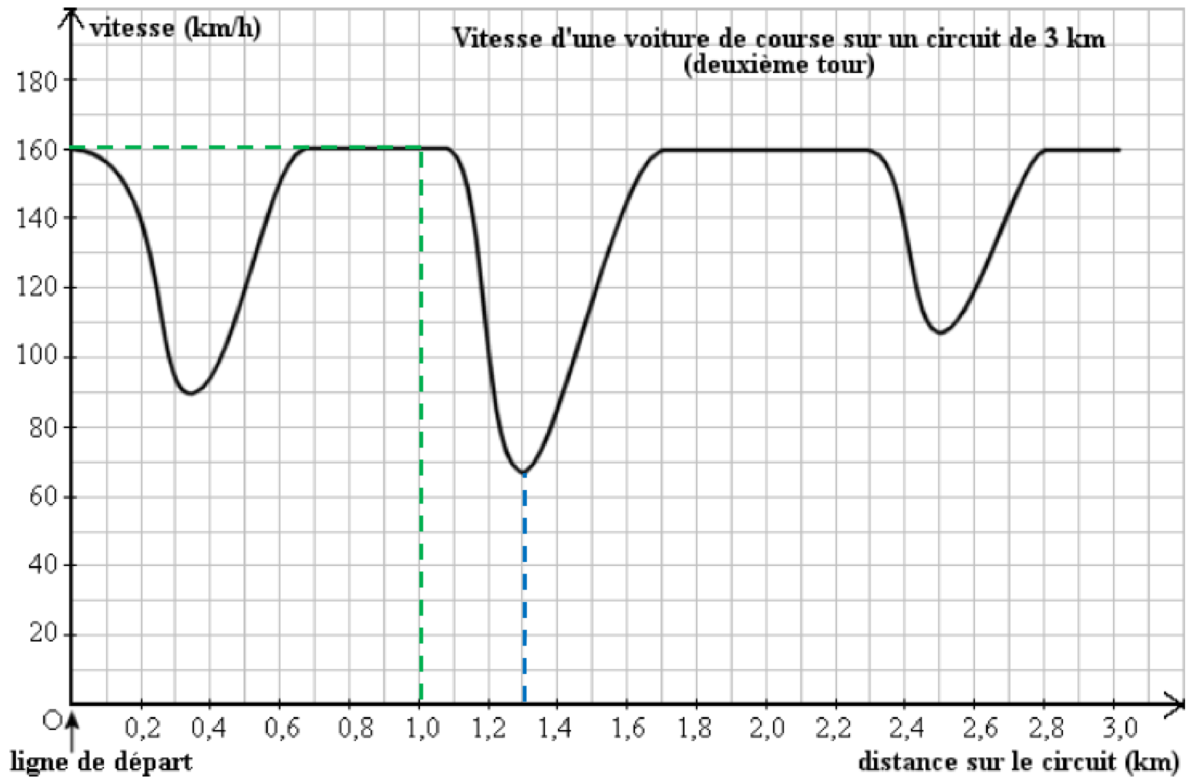
$t = 3 \div 120$

$t = 0,025$ h

On convertit en min :

$t = 0,025 \times 60 = \mathbf{1,5\ min}$

Le premier tour a été effectué en **1 min 30 s**.



5. Combien de tours a duré la course sachant que le vainqueur a gagné en 1h30min avec une vitesse moyenne de 140km/h ?

On peut utiliser un tableau de proportionnalité :

Distance en km	140	? 210 ?
Temps en min	60	90

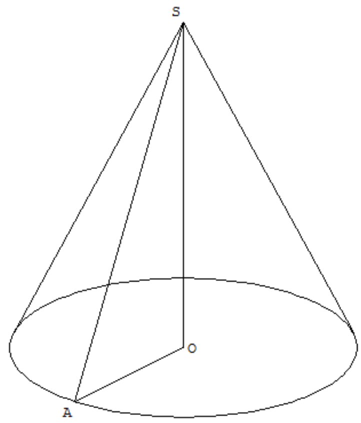
On peut aussi utiliser la formule d = v×t :

d = 140 × 1,5

d = 210 km

Le parcours a une longueur totale de 210 km ce qui correspond à **70 tours** de 3 km.

EXERCICE 6



On considère le cône de révolution ci- contre de rayon AO = 2,4 cm et de hauteur SO = 3,2 cm.

1. Calculer la longueur de la génératrice [SA].

Le triangle SAO est rectangle en O. On peut donc appliquer le théorème de Pythagore :

$SA^2 = SO^2 + OA^2 = 3{,}2^2 + 2{,}4^2 = 16$ **SA** $= \sqrt{16}$ **= 4 cm**

2. Calculer le volume de ce cône.

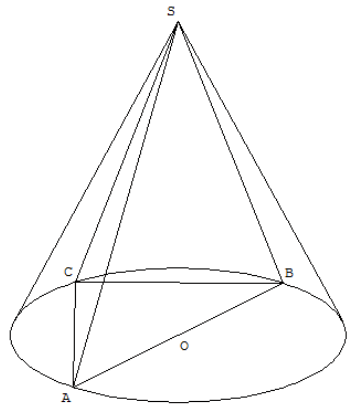
$V = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3} \approx \frac{\pi \times 2{,}4^2 \times 3{,}2}{3} \approx$ **19 cm³**.

Sur la base de ce cône, on place le point B tel que [AB] soit un diamètre et un point C sur le cercle tel que $\widehat{ABC} = 30°$.

3. Sur la feuille annexe, le centre O de la base et le point A sont déjà placés. Construire en vraie grandeur le cercle de base ainsi que le triangle ABC.
4. Quelle est la nature du triangle ABC ?

Comme le point C appartient au cercle de diamètre [AB], le triangle **ABC est rectangle en C**.

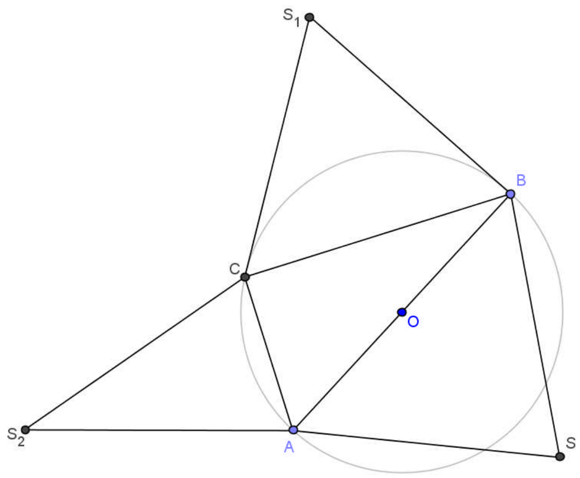
En reliant les points A, B et C au sommet S, on obtient le solide SABC suivant :



5. Quelle est la nature de ce solide ?

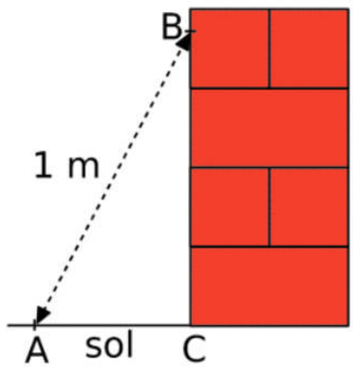
   SABC est une **pyramide** à base triangulaire.
6. Combien de faces possède-t-il ?

   Il possède **4 faces**.
7. Compléter la figure en annexe pour obtenir un patron de ce solide.



EXERCICE 7

Pour apprendre son métier, un apprenti maçon a monté un mur en briques. Son patron arrive pour vérifier son travail : il marque un point B sur le mur à 80 cm du sol et un point A sur le sol à 60 cm du pied du mur. Il mesure alors la distance entre les points A et B et il obtient 1 m.



L'apprenti a-t-il bien construit son mur perpendiculairement au sol ?

Dans le triangle ABC, le plus grand côté est [AB].

Comparons AB^2 et $AC^2 + CB^2$.

$AB^2 = 1^2 = 1$ et $AC^2 + CB^2 = 0{,}6^2 + 0{,}8^2 = 1$

On constate que $AB^2 = AC^2 + CB^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est bien rectangle.

L'apprenti a donc bien fait son travail.

(il fallait penser à convertir toutes les longueurs dans la même unité)