Corrigé du brevet blanc n°2

EXERCICE 1 :

- Affirmation 1 : Un cube, une pyramide à base carrée et un pavé droit totalisent 17 faces.

Vrai : un cube possède 6 faces, un pavé 6 également et une pyramide à base carrée 5 ce qui donne bien 17 faces en tout.

- Affirmation 2 : Un cube a un volume de 1 331 cm^3. Si je double ses dimensions son nouveau volume sera de 2 662 cm^3.

Faux. Quand on double les dimensions du solide, on effectue un agrandissement de coefficient k =2, le volume est multiplié par $2^3 = 8$.

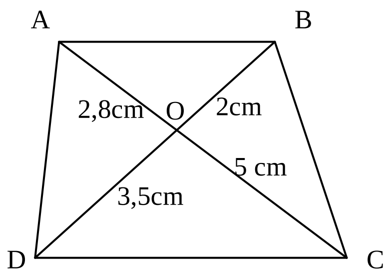
- Affirmation 3 : On lance un dé non truqué à douze faces numérotées de 1 à 12. La probabilité d'obtenir un multiple de 6 est plus grande que celle d'obtenir un multiple de 5.

Faux : La probabilité est la même car il y a 2 multiples de 5 inférieurs à 12 (5 et 10) et également deux multiples de 6 inférieurs à 12. (6 et 12).

- Affirmation 4 : Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Faux : Lorsque l'on calcule $\frac{OA}{OC} = \frac{2,8}{5} = 0,56$ et $\frac{OB}{OD} = \frac{2}{3,5} \approx 0,56$

On constate que $\frac{OA}{OC} \neq \frac{OB}{OD}$ donc d'après le théorème de Thalès les droites ne sont pas parallèles.



EXERCICE 2 :

On pouvait remarquer qu'en additionnant un lot n°1 et deux lots n°2 on obtenait cinq lots n°3 pour $5 + 2 \times 4 = 13$ €. Ce qui donnait le lot n°3 à $13 \div 5 =$ **2,60 €**.

Sinon, on pouvait utiliser un système de deux équations à deux inconnues.
En appelant v le prix d'un volant et b le prix d'une balle de golf, on obtenait :

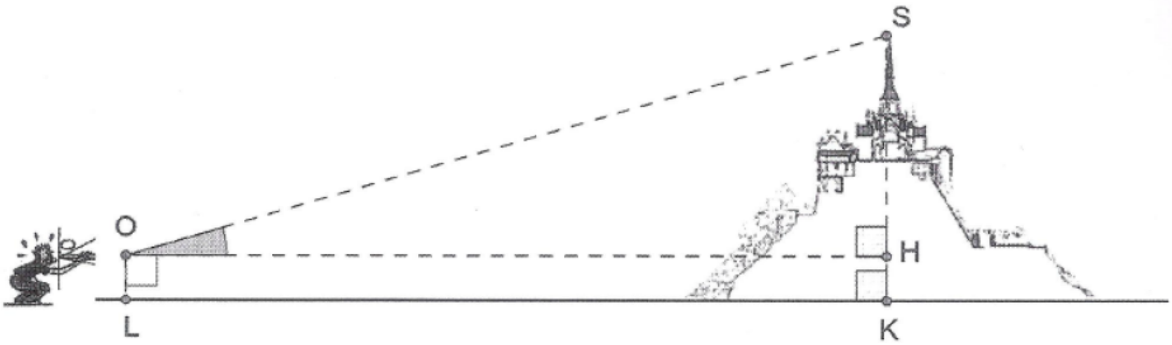
$$\begin{cases} 3v + b = 5 \\ v + 2b = 4 \end{cases}$$

En résolvant ce système par substitution ou par combinaisons, on trouvait $\begin{cases} v = 1,20 \\ b = 1,40 \end{cases}$ puis le prix du lot n°3 : 1,20 + 1,40 = **2,60 €.**

EXERCICE 3 :

Une classe de 3$^{\text{ème}}$ fait une sortie au Mont-Saint-Michel.
Antoine souhaite savoir à quelle distance il se trouve du Mont-Saint-Michel à l'aide d'un théodolite (appareil servant à mesurer des angles). Il sait que le sommet du Mont-Saint-Michel est à 170 m d'altitude. (SK sur le schéma.)

Son œil (O sur le dessin) étant situé à 1,60 m du sol, il obtient la mesure suivante : $\widehat{SOH} = 25°$. (*Le dessin n'est pas réalisé à l'échelle*).

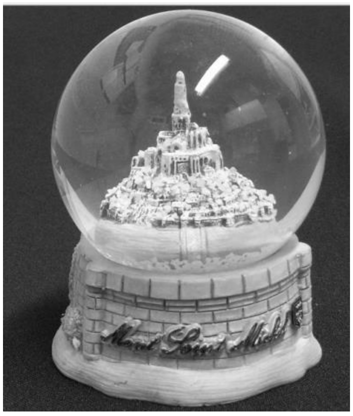


►**1.** A quelle distance du Mont, représentée par la longueur LK sur le dessin, se trouve Antoine ? Arrondir au mètre près.

La distance LK sur le dessin est égale à la distance OH. Le triangle OHS est rectangle en H. Je peux donc utiliser la trigonométrie sachant que SH = 170 – 1,60 = 168,4 m.

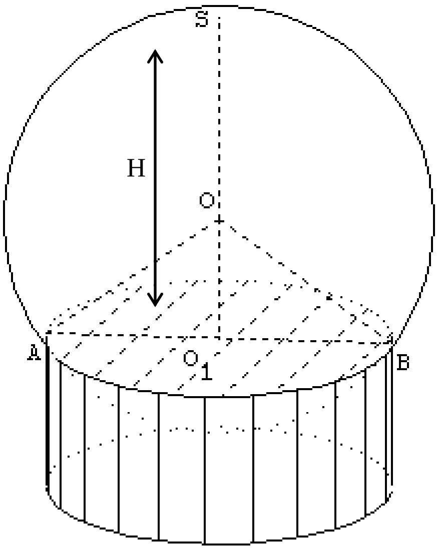
$\text{Tan}\ \widehat{SOH} = \dfrac{SH}{HO}$ $\qquad$ $\text{Tan}25° = \dfrac{168{,}4}{HO}$ $\qquad$ $HO = 168{,}4 : \text{Tan}25° \approx 361$ m.

Antoine se trouve donc à **<u>environ 361 m</u>** du Mont St-Michel.



►**2.** Lors de cette même sortie au Mont-Saint-Michel, Léa achète le souvenir ci-contre dans une boutique. Cet objet est assimilé à un solide composé d'une calotte sphérique de rayon 4,5 cm posée sur un cylindre de hauteur 3,8 cm.

Voici ci-dessous une représentation en perspective de cet objet:



O est le centre de la calotte sphérique et O_1 est le centre d'une des bases du cylindre. A est un point d'intersection de l'une des bases du cylindre avec la sphère de centre O et O_1A = 3,6 cm.

a. Montrer que la distance OO_1 = 2,7 cm.

Le triangle OAO_1 est rectangle en O_1. Je peux donc utiliser le théorème de Pythagore :

$OO_1^2 = AO^2 - OO_1^2 = 4{,}5^2 - 3{,}6^2 = 7{,}29$. $\qquad$ $OO_1 = \sqrt{7{,}29}$

$\boxed{\mathbf{OO_1 = 2{,}7\ cm}}$

b. En déduire la hauteur H de la calotte sphérique puis la hauteur totale de l'objet (calotte sphérique et cylindre.)

$H = OO_1 + R = 2{,}7 + 4{,}5 = 7{,}2$ cm.

La hauteur totale de l'objet est donc de 7,2 + 3,8 = **<u>11 cm</u>**.

c. La maquette du Mont-Saint-Michel qui est à l'intérieur de la calotte est assimilée à un cône de hauteur 4,7 cm dont la base a pour rayon 3,6 cm.

Volume V du cône : $V = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3} \approx \frac{3,14 \times 3,6^2 \times 4,7}{3} \approx$ **<u>64 cm^3</u>**.

d. On donne la formule suivante qui permet de calculer le volume d'une calotte sphérique :

$\boxed{V = \frac{\pi}{3} \times H^2 \times (3R - H) \text{ où R désigne le rayon de la calotte et H sa hauteur.}}$

En supposant que H = 7,2 cm et sachant que R désigne le rayon de la calotte, calculer son volume arrondi au cm^3 près.

$V = \frac{\pi}{3} \times H^2 \times (3R - H) = \frac{\pi}{3} \times 7,2^2 \times (3 \times 4,5 - 7,2) \approx$ **<u>342 cm^3</u>**

<u>EXERCICE 4 :</u> *(6 points)*

Taille en cm	0	8	12	14	16	17	18	19	20	21	22
Effectif	1	2	2	4	2	2	3	3	4	4	2

►**1.** Combien de plantules ont une taille qui mesure au plus 12 cm ?

I l y a **<u>5 plantules</u>** dont la taille est inférieure ou égale à 12 cm .

►**2.** Donner l'étendue de cette série.

L'étendue de la série est 22 – 0 = **<u>22 cm</u>**. .

►**3.** Calculer la moyenne de cette série. Arrondir au dixième près.

On calcule la moyenne pondérée : $(1 \times 0 + 2 \times 8 + 2 \times 12 + \ldots + 2 \times 22) \div 29 = 481 \div 29 \approx$ **<u>16,6 cm</u>**.

►**4.** Déterminer la médiane de cette série et interpréter le résultat.

Il y a 29 valeurs dans la série, on cherche donc la 15$^{\text{ème}}$ (en cumulant les effectifs) qui correspond à 18 cm.

La taille médiane est donc **<u>18 cm</u>**, ce qui signifie qu'il y a autant de plantules de taille inférieure ou égale à 18 cm que de plantules de taille supérieure ou égale à 18 cm.

►**5.** On considère qu'un élève a bien respecté le protocole si la taille de la plantule à 10 jours

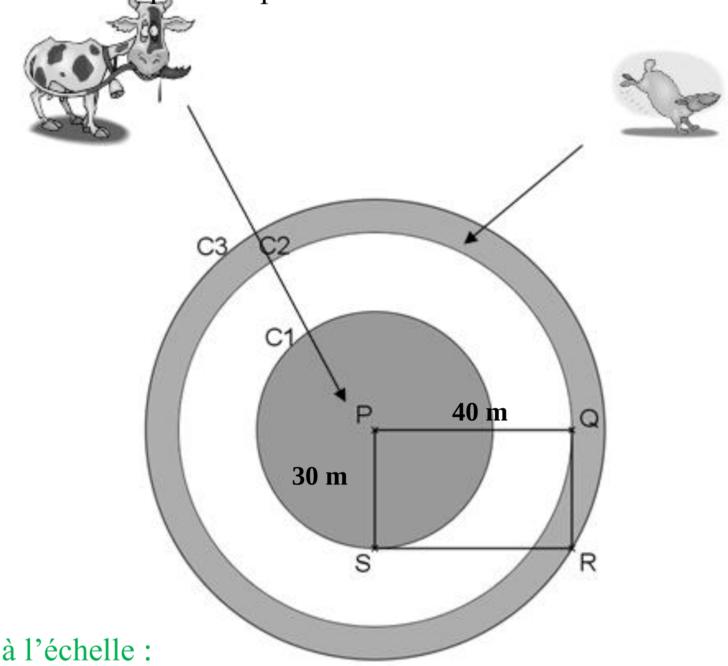
est supérieure ou égale à 14 cm.

Quel pourcentage des élèves de la classe a bien respecté le protocole ?

Il y a 24 plantules sur 29 dont la taille est supérieure ou égale à 14 cm. $24 \div 29 \approx$ **<u>83 %</u>** des élèves ont bien respecté le protocole.

EXERCICE 5 :

Il était une fois, au fin fond de l'Ecosse, un fermier écossais qui possédait une vache et un mouton. Passionné de Mathématiques, il décida un jour de clôturer son pré d'une manière plutôt curieuse comme le montre le croquis ci-dessous qui n'est pas à l'échelle :



1. Figure à l'échelle :
2. Qui de la vache ou du mouton a le plus d'espace ? Justifier la démarche.

- L'aire du disque destiné à la vache : A1 = $\pi \times R^2 = \pi \times 30^2 = 900\ \pi$ cm²
- L'aire de la partie destinée au mouton. Il s'agit de soustraire l'aire du disque de rayon PQ à l'aire du disque de rayon PR pour obtenir l'aire de la bande grisée.
  Il faut pour cela déterminer la longueur PR. On peut utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle PSR rectangle en S : $PR^2 = PS^2 + PQ^2$ soit $PR^2 = 30^2 + 40^2 = 2500$. D'où PR = 50 m.

  Aire de la partie destinée au mouton : A2 = $\pi \times 50^2 - \pi \times 40^2 = 2500\pi - 1600\pi = 900\pi$ cm²

  <u>Les deux aires sont donc égales.</u>

EXERCICE 6 :

On donne le programme de calcul ci-contre :

- Choisir un nombre ;
- Ajouter 6 à ce nombre ;
- Multiplier le résultat par le nombre de départ ;
- Ajouter 9 au résultat.

►**1.** Quel nombre obtient-on si l'on choisit 2 comme nombre de départ ?
Donner le résultat sous la forme du carré d'un nombre.
$(2 + 6)\times 2 + 9 = 16 + 9 =$ **<u>$25 = 5^2$</u>**.

►**2.** Quel nombre obtient-on si l'on choisit -7 comme nombre de départ ?
$(-7 + 6)\times(-7) + 9 = 7 + 9 =$ **<u>16</u>**.

►**3.** On note x le nombre choisi au départ.

a. Donner l'expression de la fonction f qui au nombre x, associe le résultat du programme précédent.
<u>$f(x) = (x + 6)\times x + 9 = x^2 + 6x + 9$.</u>

b. Démontrer que $f(x) = (x + 3)^2$.
$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9 = \underline{f(x)}$

►**4.** On insère le tableau suivant dans un tableur :

	A	B	C	D	E	F
1	*x*	-7	-0,5	2	2,5	
2	*f(x)*	**16**	**6,25**	**25**	**30,25**	

a. Compléter le tableau ci-dessus en donnant les valeurs des images des nombres demandés *(les calculs ne sont pas demandés).*
b. Quelle formule doit-on écrire dans la cellule B2 pour obtenir l'image de -7 ?
« **= (B1 + 3)×(B1 + 3)** » ou « **= (B1 + 3)²** »

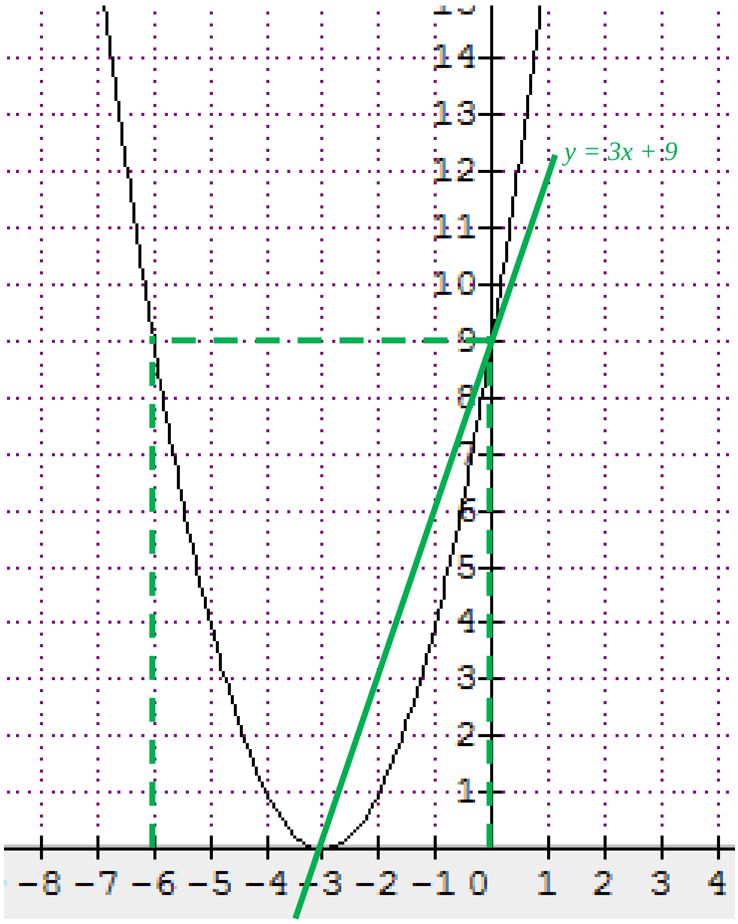
►**5.** On donne le graphique ci-contre qui représente la fonction *f* :

a. En utilisant ce graphique, quels nombres peut-on choisir au départ pour obtenir 9 comme résultat ?

Faire apparaître les pointillés permettant de répondre à cette question.
On peut choisir **-6** ou **0**.

b. Retrouver les réponses du **5.a.** par le calcul.
On peut tout simplement vérifier que
$f(-6) = (-6 + 3)^2 = (-3)^2 = 9$ et
$f(0) = (0 + 3)^2 = (3)^2 = 9$;

ou encore résoudre l'équation $f(x) = 9$
soit $(x + 6)\times x + 9 = 9$
qui donne l'équation-produit :
$(x + 6)\times x = 0$
qui admet 2 solutions : **-6** et **0**.



►**6.** Sur le graphique ci-contre, tracer la représentation de la fonction $g : x \mapsto 3x + 9$.

A partir d'un tableau de valeurs, on trouve les coordonnées de deux points par lesquels passe la droite représentant la fonction affine *g*:

x	0	1
g(x)	9	12

►**7.** Pour quelle(s) valeur(s) de *x* a-t-on
f(x) = g(x) ?
Indiquer la méthode employée.
Le plus simple est de lire graphiquement l'abscisse des points d'intersection de la droite et de la courbe.
Il y a donc deux valeurs : **-3** et **0**.